Fehlerphänomene in der Studieneingangsphase – Erkenntnisse aus Mathematikvorkursen

Marcel Schaub

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Ausgangslage

„An deutschen Hochschulen verzeichnet man seit mehr als einer Dekade den alarmierenden Befund, dass einem Großteil der Studierenden bei Studienbeginn viele mathematische Grundkenntnisse und -fertigkeiten sowie konzeptuelles Verständnis mathematischer Inhalte fehlen."
(Stellungnahme Übergangskommission, 2017, S. 1)

Ausgangslage

- Hohe Studienabbruchzahlen in mathematikaffinen Studiengängen, z. B. Mathematik mit 47% (Autorengruppe Bildungsberichterstattung 2014)
- Mathematische Kompensationskurse finden an fast jeder Hochschule statt (Biehler et al. 2014)
- Starke Heterogenität zu verzeichnen (Schiemann 2013)

➡ Notwendigkeit einer Diagnose in Kompensationskursen (Biehler et al. 2014)

Gliederung

1. Ausgangslage

2. **Typische Fehlerphänomene im VEMINT- Eingangstest**

3. Typische Fehlerphänomene als konfundierender Faktor

4. Ausblick

Typische Fehlerphänomene im VEMINT-Eingangstest

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Identifikation von typischen Fehlern können zur Rückmeldung genutzt werden

- Fehlerquelle kann präzise lokalisiert werden

- Passende Fördermöglichkeiten aufzeigen

- Rückmeldung kann inhaltlich auf die Antworteingabe reagieren

- In dieser Studie: Typisches Fehlerphänomen, wenn mind. 5% aller Fehler

Typische Fehlerphänomene im VEMINT-Eingangstest

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Beschreibung der Pilotstudie (Version A)

- Einsatz von 20 Aufgaben (4 im adaptiven Testverfahren)
- Themengebiete: Mathematisches Grundwissen und Grundkönnen mit den Schwerpunkten Elementare Algebra und Analysis
- Stichprobe n = 272
- Diagnostische Interviews im ersten Semester

Typische Fehlerphänomene im VEMINT-Eingangstest

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Der Graph der Funktion f mit $f(x) = 3x^2 - 6x - 9$ schließt mit der x-Achse eine Fläche vollständig ein. Bestimmen Sie den Flächeninhalt dieser Fläche.

N= 272

Lösungshäufigkeit: 48,9%

Typische Fehlerphänomene:

- -32 (Feldt-Caesar, 2017) (12,2% aller Fehler)
- 22 (Genc, 2017) (05,8% aller Fehler)
- $x^3 + 3x^2 + 9x$ (05,0% aller Fehler)

Typische Fehlerphänomene im VEMINT-Eingangstest

Gegeben ist die Funktionsgleichung einer Funktion f durch:

$$f(x) = 2x^2 - 7$$

Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Tangente t an den Graphen der Funktion f im Punkt $P(-2\,|\,1)$.

N = 254 Lösungshäufigkeit: 57,1%

Typische Fehlerphänomene:

- -8x+17 (7,3% aller Fehler)
- 0 (5,5% aller Fehler)

Typische Fehlerphänomene im VEMINT-Eingangstest

Vereinfachen Sie den folgenden Term so weit wie möglich und fassen Sie die Variablen zusammen:

$$\frac{x^{k-n}}{y^{2n}} : \frac{x^{2k-n}}{y^{n-1}} \qquad (x, y \neq 0)$$

N = 262

Lösungshäufigkeit: 32,1%

Typische Fehlerphänomene:

- $\frac{x^{k-n}y^{n-1}}{x^{2k-n}y^{2n}}$ (9,1% aller Fehler)
- 0 (7,4% aller Fehler)

Typische Fehlerphänomene im VEMINT-Eingangstest

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Vereinfachen Sie den Term $\sqrt{\left(\frac{a}{3}\right)^2 + a^2}$ so weit wie möglich.

N = 269

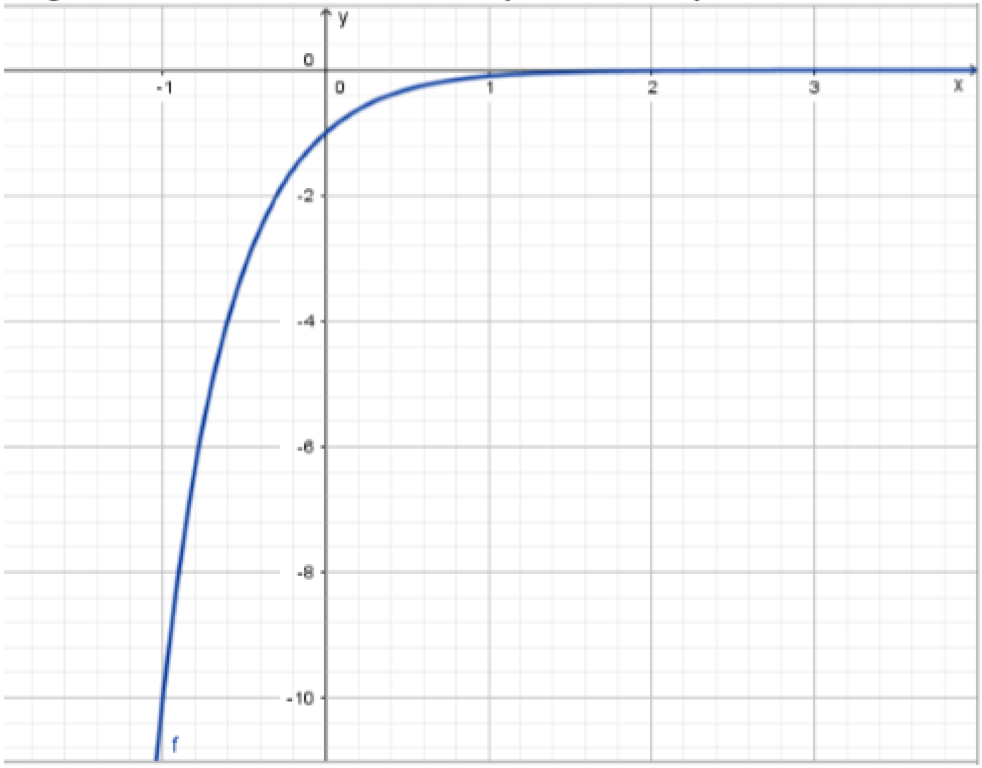
Lösungshäufigkeit: 24,5%

Typische Fehlerphänomene:

- $\frac{4}{3}a$ (33,0% aller Fehler)
- $\sqrt{\frac{a^2}{9} + a^2}$ (09,9% aller Fehler)
- $\sqrt{\frac{10a^2}{9}}$ (09,4% aller Fehler)
- $a \cdot \sqrt{\frac{10}{9}}$ (08,4% aller Fehler)

Typische Fehlerphänomene im VEMINT-Eingangstest

Gegeben sei ein Ausschnitt des Graphen einer exponentiellen Funktion f:



Geben Sie zum abgebildeten Funktionsgraphen eine passende Funktionsgleichung an.

N = 266

Lösungshäufigkeit: 25,2%

Typisches Fehlerphänomen:

$$-e^{-x}$$

(18,6% aller Fehler)

Gliederung

1. Ausgangslage

2. Typische Fehlerphänomene im VEMINT- Eingangstest

3. **Typische Fehlerphänomene als konfundierender Faktor**

4. Ausblick

Typische Fehlerphänomene als konfundierender Faktor

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Der Graph der Funktion f mit $f(x) = 3x^2 - 6x - 9$ schließt mit der x-Achse eine Fläche vollständig ein. Bestimmen Sie den Flächeninhalt dieser Fläche.

N= 272 Lösungshäufigkeit: 48,9%

Typische Fehlerphänomene:

- -32 (12,2% aller Fehler)
- **22** **(05,8% aller Fehler)**
- $x^3 + 3x^2 + 9x$ (05,0% aller Fehler)

Typische Fehlerphänomene als konfundierender Faktor

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Der Graph der Funktion f mit $f(x) = 3x^2 - 6x - 9$ schließt mit der x-Achse eine Fläche vollständig ein. Bestimmen Sie den Flächeninhalt dieser Fläche.

N= 272

Lösungshäu

Berechnen Sie das folgende Integral:

$$\int_0^2 (12x^2 + 3)dx$$

Typische Fehlerphänomene:

- -32 (12,2% aller Fehler)
- **22** **(05,8% aller Fehler)**
- $x^3 + 3x^2 + 9x$ (05,0% aller Fehler)

Typische Fehlerphänomene als konfundierender Faktor

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Aufgabe 4

Geben Sie die Funktionsgleichung einer linearen Funktion an, die eine Nullstelle bei $x = 2$ hat und deren y-Achsenabschnitt -8 beträgt.

Antwort: $f(x) =$ ______________________

Aufgabe 4

Geben Sie die Funktionsgleichung einer linearen Funktion an, die eine Nullstelle bei $x = 3$ hat und deren y-Achsenabschnitt -9 beträgt.

Antwort: $f(x) = 3x - 9$

Typischer Fehler fällt mit richtiger Lösung zusammen bei Version B (Nullstelle als Steigung!)

Gliederung

1. Ausgangslage

2. Typische Fehlerphänomene im VEMINT- Eingangstest

3. Typische Fehlerphänomene als konfundierender Faktor

4. **Ausblick**

Ausblick

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Plugin „STACK“ für Moodle (Kallweit et al, 2017)

- Testen von offenen Formaten mit Anbindung an ein CAS

$$2x + 3 = 3 + 2x$$

Geben Sie eine Funktionsgleichung für eine gerade Funktion an, deren Graph durch den Ursprung geht.

Identifikation von typischen Fehlern oder Antwortklassen und entsprechende Rückmeldung zum identifizierten Fehler

Ausblick

Gegeben ist die Funktionsgleichung einer Funktion f durch:

$$f(x) = 2x^2 - 7$$

Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Tangente t an den Graphen der Funktion f im Punkt $P(-2\,|\,1)$.

N = 254 Lösungshäufigkeit: 57,1%

Typische Fehlerphänomene:

- **-8x+17** **(7,3% aller Fehler)**
- 0 (5,5% aller Fehler)

Ausblick

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Gegeben ist die Funktionsgleichung einer Funktion f durch:

$$f(x) = 2x^2 - 7$$

Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Tangente t an den Graphen der Funktion f im Punkt $P(-2\,|\,1)$.

N = 254

Lösungshäufigkeit: 57,1%

Antwortklasse mit nur korrekter Steigung: $t(x) = -8x + b$ mit $b \neq -15$

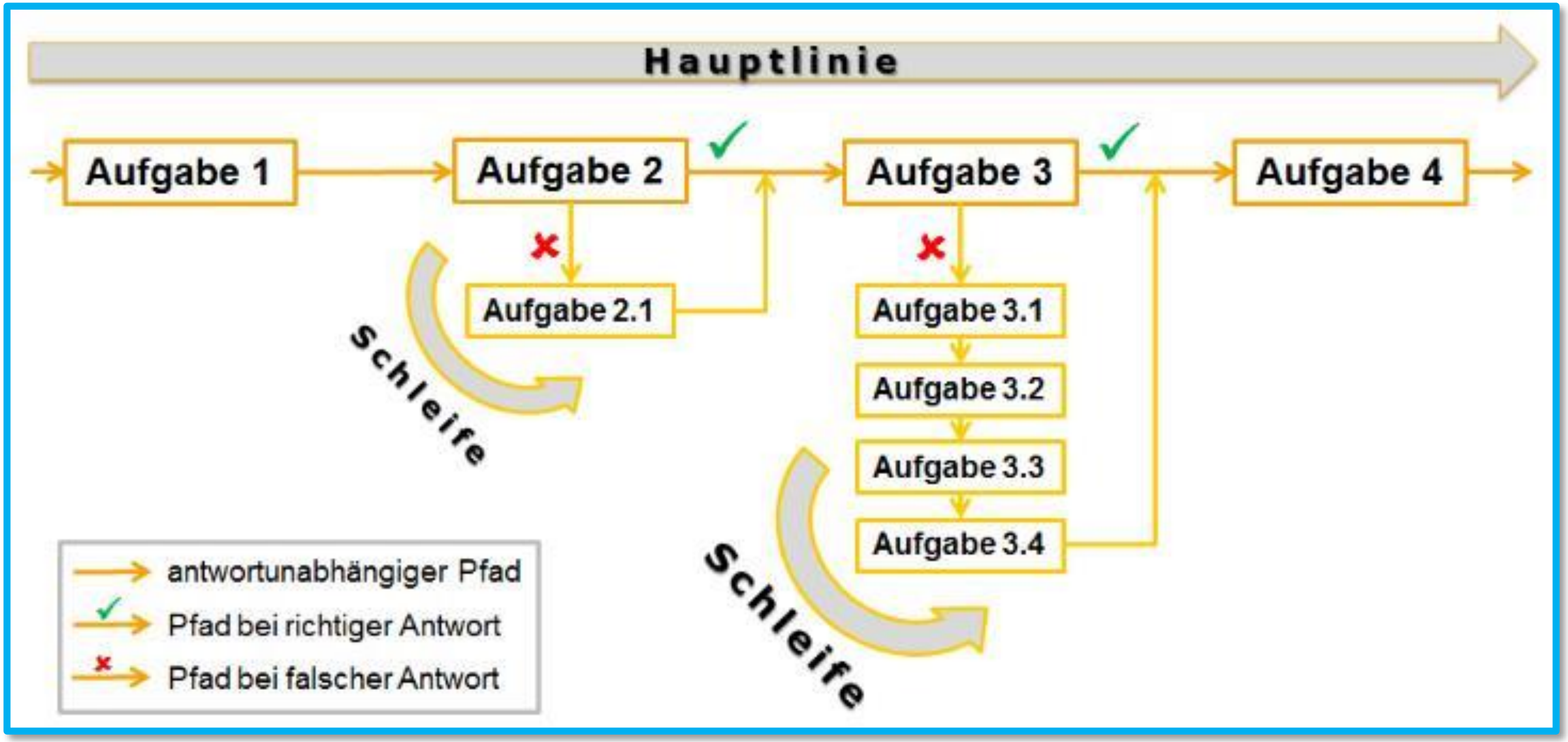
Anteil an allen Fehlern: 21,1%

Typische F

- **-8x+17** **(7,3% aller Fehler)**
- 0 (5,5% aller Fehler)

Ausblick

Elementarisierendes Testen (Feldt-Caesar,2017)



Ausblick

Qualitäten des adaptiven Diagnoseverfahrens

(1) Abbildung verknüpfter Inhalte

(2) Abbildung intelligenten Wissens

(3) Präzise Lokalisation von Defiziten

(4) Explizite Aktivierung von Elementarbausteinen bei Bedarf

(Feldt-Caesar, 2017)

Ausblick

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Grenzen des Elementarisierenden Testens

(0) Grenzen digitaler automatisch auswertbarer Aufgaben

(1) „Das Ganze ist mehr als die Summe seiner Teile.“

(2) „Die Summe der Teile kann das Ganze punktuell überschreiten.“
(Feldt-Caesar, 2017, S. 163)

Ausblick

- Vernetzung der verschiedenen Diagnoseansätze erhöht das diagnostische Potential (Feldt-Caesar, 2017; Schaub, 2018)
- Technische Umsetzung aller Diagnoseinstrumente als aktuelle Herausforderung
- Plugin-Entwicklung zum adaptiven Testen für Moodle (https://github.com/LG3696/ddtaquiz)
- Erster Einsatz des neu entwickelten Plugins im kommenden WS

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Elementarisierendes Testen lokalisiert elementare Defizite
- Vernetzung der verschiedenen Diagnoseansätze erhöht das diagnostische Potential (Feldt-Caesar, 2017; Schaub, 2018)
- Technische Umsetzung aller Diagnoseinstrumente als aktuelle Herausforderung
- Plugin-Entwicklung zum adaptiven Testen für Moodle (https://github.com/LG3696/ddtaquiz)
- Erster Einsatz des neu entwickelten Plugins im kommenden WS

Literaturverzeichnis

Literaturverzeichnis

Biehler, R.; Bruder, R.; Hochmuth, R.; Koepf W. (2014): Einleitung. In: I. Bausch, R. Biehler, R. Bruder, P. R. Fischer, R. Hochmuth, Koepf W. et al. (Hg.): Mathematische Vor- und Brückenkurse. Konzepte, Probleme und Perspektiven. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden (Konzepte und Studien zur Hochschuldidaktik und Lehrerbildung Mathematik), S. 1–6.

Bildungsberichterstattung, Autorengruppe (2014): Bildung in Deutschland 2014.

Bruder, R.; Feldt-Caesar, N.; Pallack, A.; Pinkernell, G.; Wynands, A. (2015): Mathematisches Grundwissen und Grundkönnen in der Sekundarstufe II. In: Werner Blum, Sebastian Vogel, Christina Drüke-Noe und Alexander Roppelt (Hg.): Bildungsstandards aktuell. Mathematik in der Sekundarstufe II. Braunschweig: Schroedel (Bildungsstandards aktuell), S. 108–124.

cosh-Cooperation Schule Hochschule (2014): Mindestanforderungskatalog Mathematik (Version 2.0). Online verfügbar unter https://www.hs-karlsruhe.de/fileadmin/hska/SCSL/Lehre/makV2.0B_ohne_Leerseiten.pdf, zuletzt geprüft am 23.01.2018.

Cramer, E.; Walcher, S. (2010): Schulmathematik und Studierfähigkeit. In: Lehren und Lernen, Bd. 18, S. 110–114.

Feldt-Caesar, N. (2017): Konzeptualisierung und Diagnose von mathematischem Grundwissen und Grundkönnen. Eine theoretische Betrachtung und exemplarische Konkretisierung am Ende der Sekundarstufe II. 1. Auflage 2017. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH; Springer Spektrum (Perspektiven der Mathematikdidaktik).

Literaturverzeichnis

Heublein, U.; Hutzsch, C.; Schreiber, J.; Sommer, D.; Besuch, G. (2010): Ursachen des Studienabbruchs in Bachelor- und in herkömmlichen Studiengängen. Ergebnisse einer bundesweiten Befragung von Exmatrikulierten des Studienjahres 2007/08. HIS: Forum Hochschule. Hannover, zuletzt geprüft am 22.01.2018.

Hilgert, J. (2016): Schwierigkeiten beim Übergang von Schule zu Hochschule im zeitlichen Vergleich - Ein Blick auf Defizite beim Erwerb von Schlüsselkompetenzen. In: A. Hoppenbrock, R. Biehler, R. Hochmuth und H.-G. Rück (Hg.): Lehren und Lernen von Mathematik in der Studieneingangsphase. Herausforderungen und Lösungsansätze. Wiesbaden: Springer Spektrum (Konzepte und Studien zur Hochschuldidaktik und Lehrerbildung Mathematik), S. 695–709.

Kallweit, M.; Schaub, M.; Feldt-Caesar, N.; Bruder, R.; Krusekamp,S.; Neugebauer,C.; Winter K. (2017): Digitale Diagnostische Testaufgaben - Theoretisches Design und interaktives Beispiel. In: BzMU 2017. Münster, Dortmund: WTM, Verl. für Wiss. Texte u. Medien; IEEM, Institut für Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts, S. 1389–1392.

Koepf, W.; Röckner, M.; Eichler, A.; Heckmann, G. (2017): Zur aktuellen Diskussion über die Qualität des Mathematikunterrichts. MNU; GDM; DMV. Online verfügbar unter http://www.mathematik-schule-hochschule.de/images/Stellungnahmen/pdf/Stellungnahme-DMVGDMMNU-2017.pdf, zuletzt geprüft am 20.02.2018.

Krüger-Basener, M.; Rabe, D. (2014): Mathe0 - der Einführungskurs für *alle* Erstsemester einer technischen Lehreinheit. In: I. Bausch, R. Biehler, R. Bruder, P. R. Fischer, R. Hochmuth, Koepf W. et al. (Hg.): Mathematische Vor- und Brückenkurse. Konzepte, Probleme und Perspektiven. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden (Konzepte und Studien zur Hochschuldidaktik und Lehrerbildung Mathematik), S. 309–323.

Literaturverzeichnis

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Neumann, I.; Pigge; C.; Heinze, A. (2017): Welche mathematischen Lernvoraussetzungen erwarten Hochschullehrende für ein MINT-Studium? Hg. v. IPN. IPN. Kiel.

Schiemann, Stephanie (2013): Mathe = Mathe? Mathematik in den 16 Bundesländern. In: *Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* 21 (4). DOI: 10.1515/dmvm-2013-0087.

Sill, H.-D.; Sikora, C. (2007): Leistungserhebungen im Mathematikunterricht. Theoretische und empirische Studien. 1. Aufl. Hildesheim: Franzbecker (Texte zur mathematischen Forschung und Lehre, 53).

Weinert, F. E. (2000): Lehren und Lernen für die Zukunft - Ansprüche an das Lernen in der Schule. In: Pädagogische Nachrichten Rheinland-Pfalz, Bd. 2, Sonderseiten 1-16. Online verfügbar unter http://www2.ibw.uni-heidelberg.de/~gerstner/WeinertLehren&Lernen.pdf, zuletzt geprüft am 31.01.2018.

Winter, Kathrin (2011): Entwicklung von Item-Distraktoren mit diagnostischem Potential zur individuellen Defizit- und Fehleranalyse. Didaktische Überlegungen, empirische Untersuchungen und konzeptionelle Entwicklung für ein internetbasiertes Mathematik-Self-Assessment. Münster: WTM, Verl. für Wiss. Texte und Medien (Evaluation und Testentwicklung in der Mathematik-Didaktik, Bd. 2).